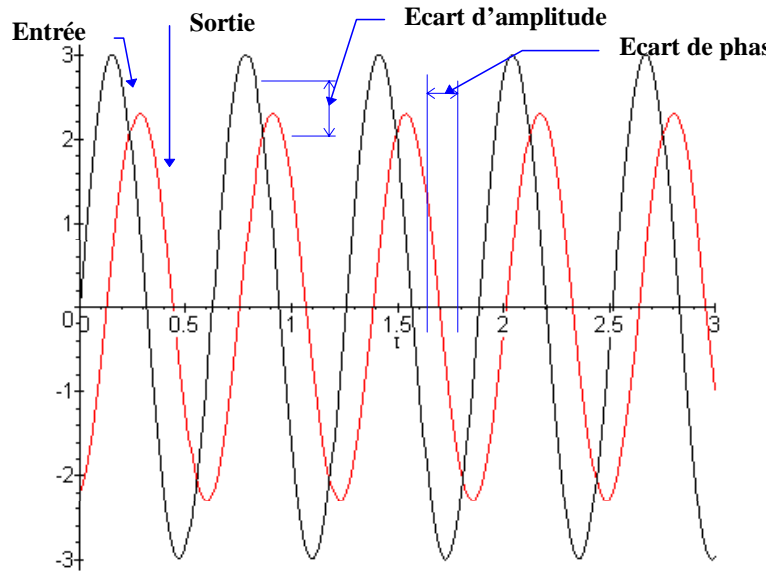


## I - ANALYSE FREQUENTIELLE DES SYSTEMES LINEAIRES

### A. Réponse fréquentielle

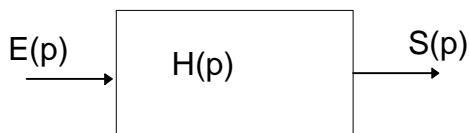
L'objectif de l'analyse fréquentielle est d'étudier le comportement et la réponse d'un système linéaire à une sollicitation sinusoïdale. La réponse en fréquence du système est l'étude du régime permanent. La sortie d'un système linéaire sollicité par un entrée sinusoïdale est de forme sinusoïdale de même pulsation que le signal d'entrée mais d'amplitude différente et déphasé par rapport au signal d'entrée.



### B. Fonction de transfert complexe

#### 1. Fonction de transfert (rappel)

La fonction de transfert d'un système linéaire continu et invariant est une fonction de la forme:



$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Ou  $E(p)$  et  $S(p)$  sont les transformées dans le domaine de Laplace des fonctions temporelles  $e(t)$  et  $s(t)$ .

On appelle fonction de transfert complexe (ou transmittance isochrone) la fonction obtenue en remplaçant la variable de Laplace ( $p$ ) par le terme  $j\omega$  (imaginaire pur)

La fonction de transfert complexe est donc:

$$H(j \cdot \omega) = \frac{S(j \cdot \omega)}{E(j \cdot \omega)}$$

### C. Lieux de transfert

La fonction  $H(j \cdot \omega)$  est une fonction complexe de la variable  $\omega$ , l'étude de cette fonction peut se faire de manière graphique.

On distingue principalement trois représentations graphiques

Les diagrammes de **BODE**, la représentation de **NYQUIST**, la représentation de **BLACK**.

### 1. Diagrammes de BODE

Les diagrammes de Bode représentent séparément le module  $A(j \cdot \omega) = |H(j \cdot \omega)|$  et la phase

$$\Phi(\omega) = \text{Arg}(H(j \cdot \omega)) \text{ de la fonction}$$

$$H(j \cdot \omega) \text{ en fonction de } \omega,$$

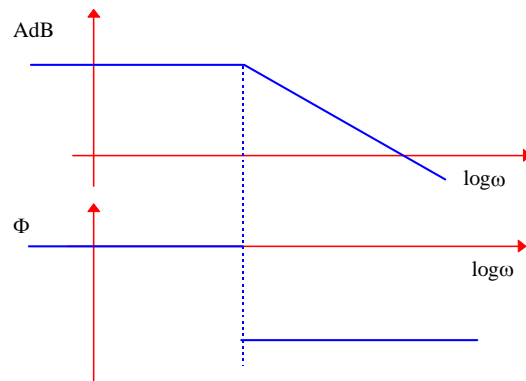
l'échelle horizontale est le  $\log_{10}$  de la pulsation.

L'échelle pour le module est le dB

c'est à dire :

$$\text{AdB}(\omega) = 20 \cdot \log(A(j \cdot \omega))$$

La phase est en général gradué en degré °.



Cette représentation se prête bien à l'analyse des fonctions de transfert en effet, si

$$H(j \cdot \omega) = F(j \cdot \omega) \cdot G(j \cdot \omega) \text{ (Fonctions de transfert en série), alors}$$

$$20 \log |H(j \cdot \omega)| = 20 \log |F(j \cdot \omega)| + 20 \log |G(j \cdot \omega)|$$

et

$$\text{Arg}(H(j \cdot \omega)) = \text{Arg}(F(j \cdot \omega)) + \text{Arg}(G(j \cdot \omega))$$

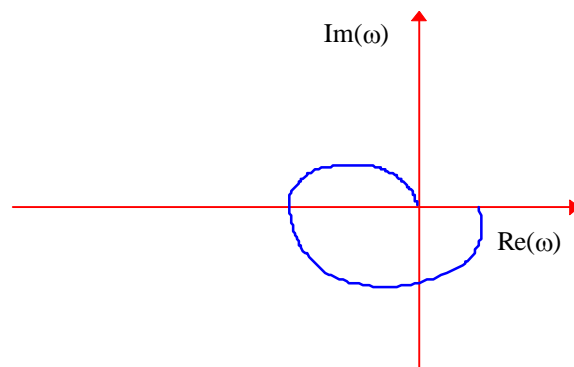
Il suffit donc d'ajouter les diagrammes des fonctions  $F(j \cdot \omega)$  et  $G(j \cdot \omega)$  aussi bien sur le diagramme d'amplitude que sur le diagramme des phases pour obtenir les diagrammes de  $H(j \cdot \omega)$ .

### 2. La représentation de NYQUIST

La représentation de Nyquist est la représentation dans le plan complexe de la fonction

$$H(j \cdot \omega) = \text{Re}(\omega) + j \cdot \text{Im}(\omega)$$

Le graphique représentant la fonction de transfert doit être gradué dans le sens des  $\omega$  croissants.

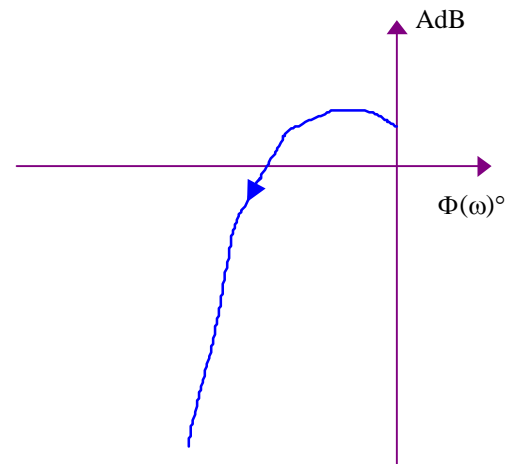


### 3. La représentation de BLACK.

C'est la représentation préférée des automaticiens, c'est une représentation globale dans un système de coordonnées spécifiques. On représente la phase  $\Phi(\omega)$  en degré en abscisse et le module  $A(\omega)$  en décibel.

La courbe obtenue doit être gradué en pulsation.

Comme pour les diagrammes de Bode, la représentation d'un produit de fonction s'obtient rapidement à partir des représentations de chacune des fonctions, ainsi une multiplication par K revient à translater la courbe verticalement de  $20 \log(K)$ .  
attention : l'addition de courbe doit être réalisée pulsation par pulsation



**D.**

**Système du premier ordre****1. Rappel**

On appelle système du premier ordre, tout système régit par une équation différentielle linéaire à coefficients constant du premier ordre:

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K \cdot e(t)$$

avec  $\tau$  : constante de temps  $>0$ ;  
K: gain statique

on pose:

$$s(t) \xrightarrow{L} S(p)$$

$$e(t) \xrightarrow{L} E(p).$$

En appliquant la transformation de Laplace à l'équation précédente, on obtient:

$$\tau \cdot p \cdot S(p) + S(p) = K \cdot E(p)$$

d'où la fonction de transfert:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$

**2. Représentation fréquentielle**

$$H(j \cdot \omega) = \frac{S(j \cdot \omega)}{E(j \cdot \omega)} \quad H(j \cdot \omega) = \frac{K}{1 + \tau \cdot j \cdot \omega}$$

d'où le module et l'argument

$$H(j \cdot \omega) = \frac{K(1 - \tau \cdot j \cdot \omega)}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2}$$

$$A(\omega) = \left| \frac{K(1 - \tau \cdot j \cdot \omega)}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2} \right|$$

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2 \cdot \omega^2}}$$

$$\Phi(\omega) = -\arctg(\tau \cdot \omega)$$

**3. Diagrammes de BODE. Diagrammes Asymptotiques****a) Module**

On représente le module (en dB) en fonction de  $\omega$

$$A_{dB} = 20 \log(A(\omega)) = 20 \cdot \log\left(\frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2 \cdot \omega^2}}\right)$$

$$A_{dB} = 20 \cdot \log K - 10 \log(1 + \tau^2 \cdot \omega^2)$$

Etude des asymptotes

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (A_{dB}) = 20 \cdot \log K \quad \text{asymptote horizontale}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} (A_{dB}) = 20 \cdot \log K - 10 \log(\tau^2 \cdot \omega^2)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} (A_{dB}) = 20 \cdot \log K - 20 \log(\tau) - 20 \log(\omega)$$

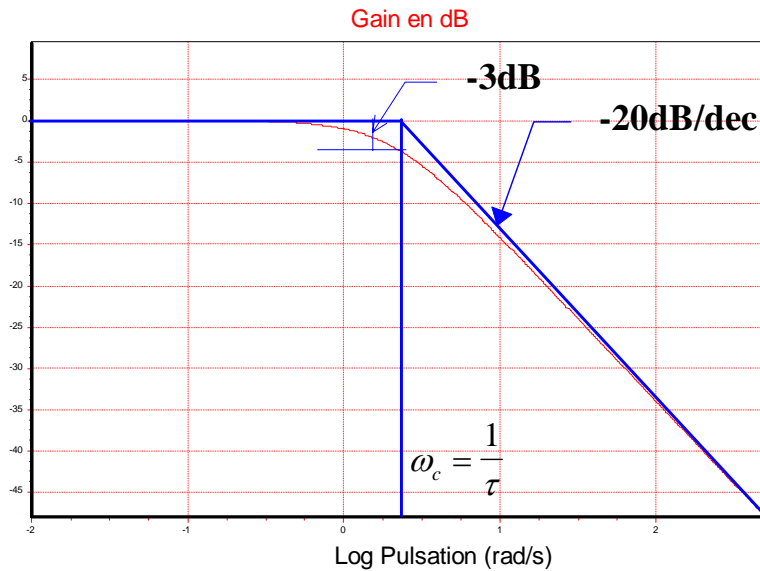
Dans le système de coordonnées du diagramme de Bode, l'asymptote est une droite d'équation.

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} (A_{dB}) = 20 \cdot \log \frac{K}{\tau} - 20 \log(\omega)$$

On dit que la pente est de -20dB par décade (le module diminue de 20dB pour une augmentation d'un facteur 10 de  $\omega$ ).

Les deux asymptotes se croisent pour  $\omega = \omega_C$ , cette fréquence est appelée fréquence de cassure.  $\omega_C = \frac{1}{\tau}$

Diagramme de BODE (amplitude)



Le diagramme asymptotique est suffisamment précis pour être utilisé tel quel.

Ecart par rapport aux asymptotes pour quelques points.

pour  $\omega_c = \frac{1}{\tau}$  :

$$|H(j \cdot \omega_c)| = \left| \frac{K}{1 + j \cdot \tau \cdot \omega_c} \right| = \frac{K}{\sqrt{2}}$$

$$A_{dB}(\omega_c) = 20 \cdot \log\left(\frac{K}{\sqrt{2}}\right)$$

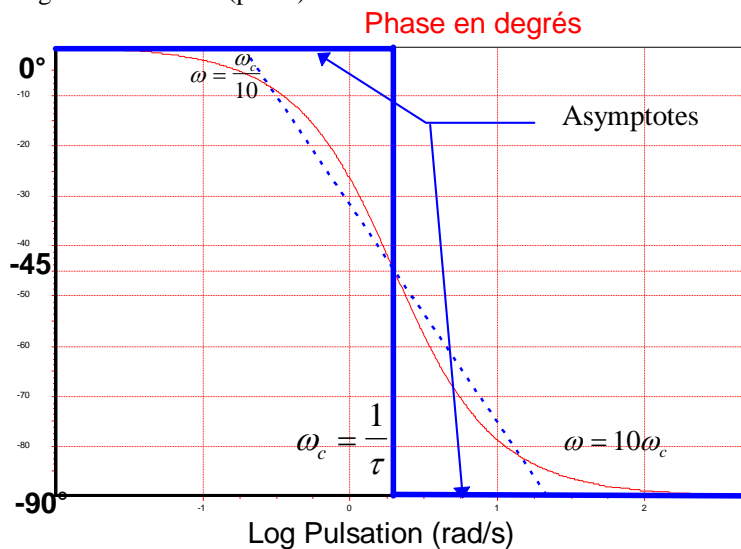
$$A_{dB}(\omega_c) = 20 \cdot \log K - 10 \cdot \log 2$$

$$A_{dB}(\omega_c) = 20 \cdot \log K - 3dB$$

pour la fréquence de cassure l'écart par rapport à l'asymptote est de **-3dB**.

Pour les fréquences double et moitié, l'écart est de **-1dB**.

Diagramme de Bode (phase)



Le diagramme asymptotique à la forme d'une marche d'escalier, il n'est pas suffisamment précis pour représenter l'évolution de la phase. Quelques points:

fréquence de cassure  $\omega_c$

$$\Phi(\omega_c) = -\arctg(\tau \cdot \omega_c) = -45^\circ$$

$$\Phi\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = -\arctg\left(\tau \cdot \frac{\omega_c}{2}\right) = -26.56^\circ$$

$$\Phi(2 \cdot \omega_c) = -\arctg(\tau \cdot 2 \cdot \omega_c) = -63.43^\circ$$

On peut tracer la droite passant par

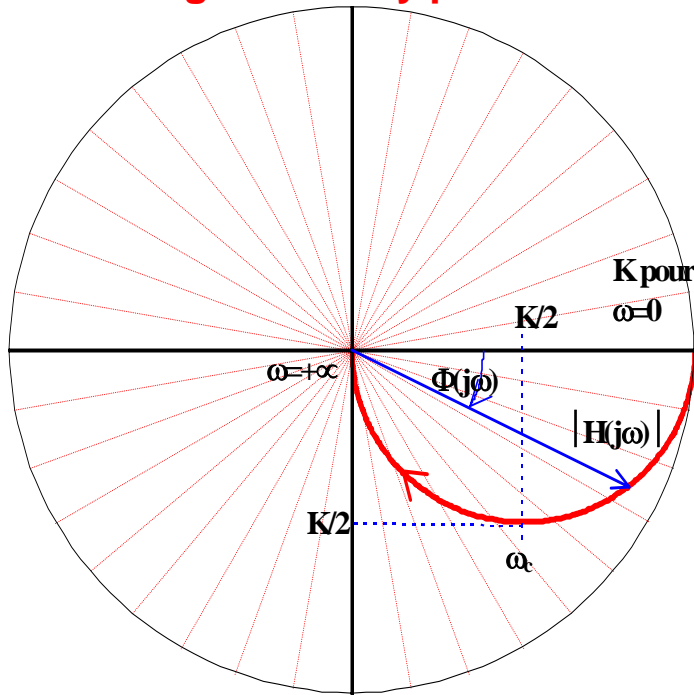
les points  $\left[\log\left(\frac{1}{10\tau}\right), 0\right]$  et

$\left[\log\left(\frac{10}{\tau}\right), -90\right]$  pour faciliter le

tracé (attention ce n'est pas une tangente).

4. La représentation de NYQUIST

Diagramme de Nyquist



$$H(j \cdot \omega) = \frac{K(1 - \tau \cdot j \cdot \omega)}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2}$$

$$= \frac{K}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2} - j \frac{K \cdot \tau \cdot \omega}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2}$$

$$x = R_e(\omega) = \frac{K}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2} > 0 \quad (1)$$

$$y = I_m(\omega) = -\frac{K \cdot \tau \cdot \omega}{1 + \tau^2 \cdot \omega^2} < 0 \quad (2)$$

$$(2) + (1) \Rightarrow y = -\tau \cdot \omega \cdot x \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow \tau^2 \cdot \omega^2 = \frac{K}{x} - 1$$

$$(3) + (4) \Rightarrow y^2 = \left(\frac{K}{x} - 1\right) \cdot x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - K \cdot x + y^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{K}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{K}{2}\right)^2$$

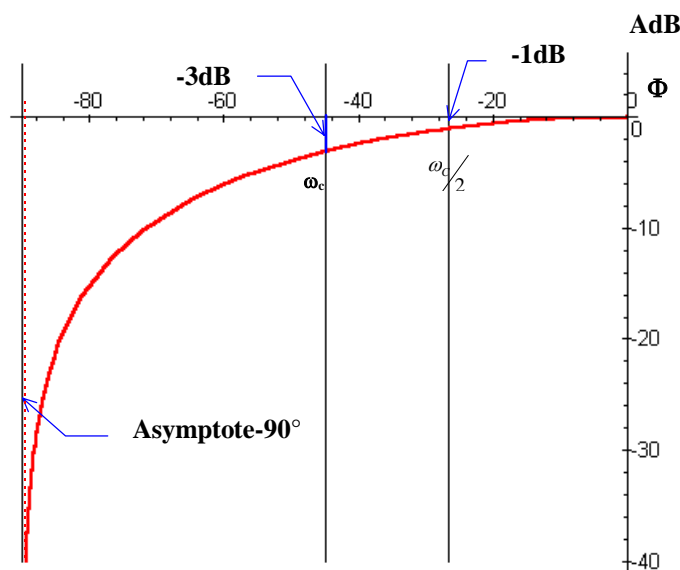
Le lieu de Nyquist d'un système du premier ordre est un demi cercle de centre [0,K/2] et de rayon K/2.  
 pour  $\omega=0$ , le déphasage est nul.  
 Pour  $\omega \rightarrow \infty$ , (haute fréquence) le gain tend vers 0 et la phase vers  $-\frac{\pi}{2}$  (vers le point [0,0]).

La pulsation de cassure  $\omega_c = \frac{1}{\tau}$  correspond au point  $\left[\frac{K}{2}, -\frac{K}{2}\right]$ .

Le lieu doit être gradué en  $\omega$  croissant. pour être utilisable.

On peut passer rapidement des diagrammes de Bode au lieu de Nyquist en reportant pour chaque pulsation le module et la phase.

5. Représentation de BLACK.



On retrouve sur le tracé les points caractéristiques définis précédemment,

Le lieu présente une asymptote verticale pour

$$\Phi(\omega \rightarrow \infty) = 90^\circ$$

$$\Phi(0) = 0^\circ$$

$$A_{dB}(0) = 20 \log K$$

$$\Phi\left(\omega_c = \frac{1}{\tau}\right) = -45^\circ$$

$$A_{dB}\left(\omega_c\right) = 20 \log K - 3dB$$

$$\Phi\left(\omega_c = \frac{1}{2 \cdot \tau}\right) = -26.56^\circ$$

**E. Système du second ordre****1. Rappel**

On appelle système du second ordre tout système régité par une équation différentielle linéaire à coefficients constant du second ordre.

$$a_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_1 \cdot e(t)$$

soit sous la forme canonique

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{2z}{\omega_n} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K \cdot e(t)$$

avec  $\omega_n$  : Pulsation propre du système non amorti

$K$  gain statique  
 $z$  (ou  $\xi$  ou  $m$ ) facteur d'amortissement

**a) Fonction de transfert:**

Dans les conditions d'Heaviside ( $s(0)=0$ ,  $s'(0)=0$ ).

$$\frac{1}{\omega_n^2} p^2 S(p) + \frac{2z}{\omega_n} p S(p) + S(p) = K \cdot E(p)$$

$$\text{donc} \left( \frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2z}{\omega_n} p + 1 \right) S(p) = K \cdot E(p)$$

donc la fonction de transfert est:

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2z}{\omega_n} p + 1}$$

En fonction de la valeur de  $z$ , la forme temporelle sera différente (Cf. représentation temporelle)

$0 < z < 1$  réponse temporelle oscillatoire amortie

$z = 1$  réponse temporelle apériodique critique

$z > 1$  réponse apériodique

**2. Représentation fréquentielle****a) Fonction de transfert isochrone**

$$H(j \cdot \omega) = \frac{K}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \cdot 2z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}}$$

**Module**

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2 \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

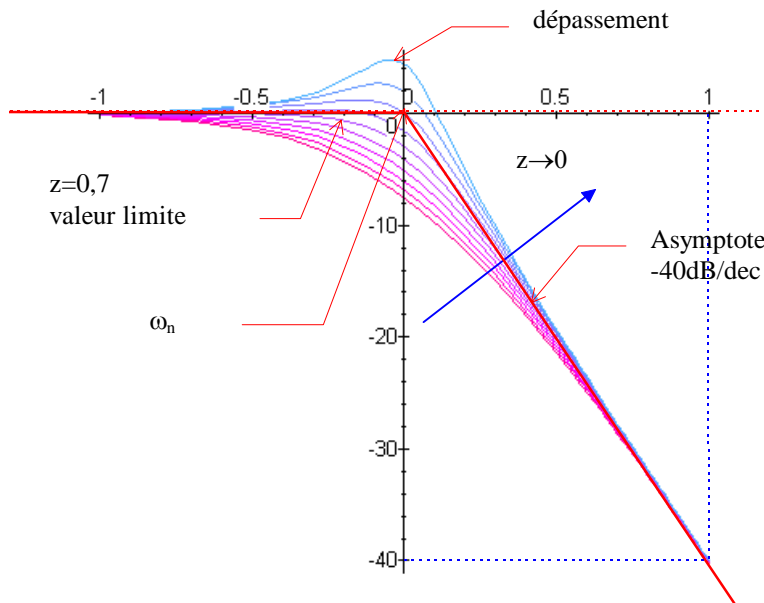
**Argument**

$$\Phi(\omega) = -\text{Arc tan} \left( \frac{2 \cdot z \cdot \omega \cdot \omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \right)$$

### 3. Diagrammes de BODE

#### a) Allure générale des courbes d'amplitude

Diagramme de Bode (amplitude)



On voit sur les diagrammes ci-contre que l'évolution du module est fonction de la valeur de  $z$ : on retrouve pour tous les tracés un asymptote horizontale lorsque  $\omega \rightarrow 0$  ( $20 \log K$ ) et un asymptote de  $-40\text{dB}$  par décade lorsque  $\omega \rightarrow \infty$  (droite d'équation

$$A_{db} = 20 \log K - 40 \log \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)$$

Les deux droites se coupent pour  $\omega = \omega_n$

En fonction de  $z$  certaines courbes présentent un maximum.

#### b) Résonance - coefficient de surtension

On pose  $u = \frac{\omega}{\omega_n}$  (pulsation réduite), on a donc:  $A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2 \cdot z \cdot u)^2}}$ , cette fonction présente

un maximum.

$$\frac{dA(\omega)}{du} = K \frac{d}{du} \left( (1-u^2)^2 + (2 \cdot z \cdot u)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{donc } \frac{dA(\omega)}{d\omega} = K \frac{4 \cdot u(u^2 + 2z^2 - 1)}{\left( (1-u^2)^2 + (2 \cdot z \cdot u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \frac{du}{d\omega}$$

La dérivée s'annule  $\forall z$  pour  $\omega = 0$  (asymptote horizontale) mais aussi pour  $u^2 + 2z^2 - 1 = 0$

$$u = \sqrt{1 - 2z^2} \text{ si } z \leq \sqrt{2}$$

La pulsation correspondante est appelée **pulsation de résonance** :  $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2z^2}$

On définit le **coefficient de surtension**  $Q = \frac{A(\omega_r)}{A(0)}$

$$Q = \frac{A(\omega_r)}{A(0)} = \frac{1}{\sqrt{\left( 1 - \frac{\omega_n^2 \cdot (1 - 2 \cdot z^2)}{\omega_n^2} \right)^2 + \left( 2 \cdot z \cdot \frac{\omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot z^2}}{\omega_n} \right)^2}}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{(1 - (1 - 2 \cdot z^2))^2 + (2 \cdot z \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot z^2})^2}} \text{ donc : } Q = \frac{A(\omega_r)}{A(0)} = \frac{1}{2 \cdot z \sqrt{1 - z^2}} \text{ pour } z \leq \sqrt{2} .$$

La surtension n'existe que si le coefficient d'amortissement est inférieur à  $\sqrt{2}$ . On définit en général la valeur en dB de la surtension,  $Q_{dB} = 20 \log Q$ . Une valeur usuelle de réglage d'un asservissement est  $Q_{dB} = 2,3\text{dB}$ .



**c) Etude complète pour  $z < 1$**

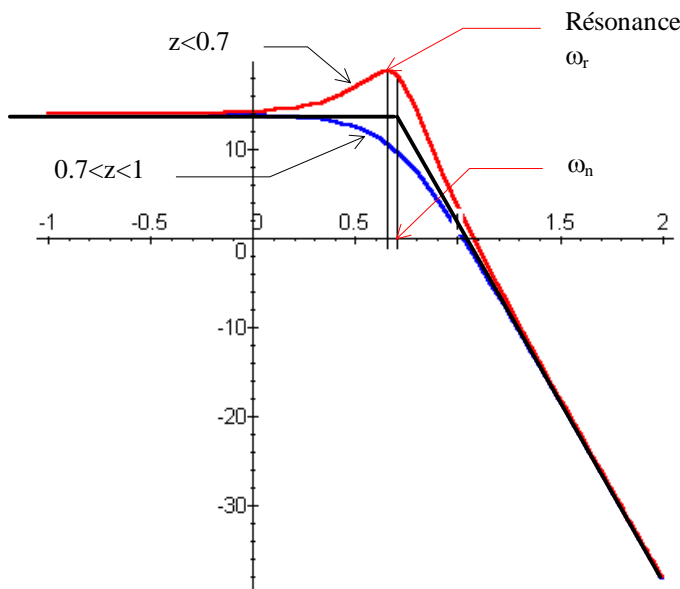
$H(j \cdot \omega)$  la fonction de transfert d'un système du second ordre avec  $z < 1$

$$H(j \cdot \omega) = \frac{K}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \cdot 2z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}}$$

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2 \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

$$\Phi(\omega) = -\text{Arc tan}\left(\frac{2 \cdot z \cdot \omega \cdot \omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2}\right)$$

**Diagramme d'amplitude**



Un système du second ordre avec  $z < 1$  est parfaitement défini par le tracé de ces asymptote

Il peut être nécessaire de

compléter le tracé par la pulsation de résonance et l'amplitude correspondante.

Pour  $z < 0,7$  on a la courbe est toujours au-dessus des asymptotes et le système possède une résonance :

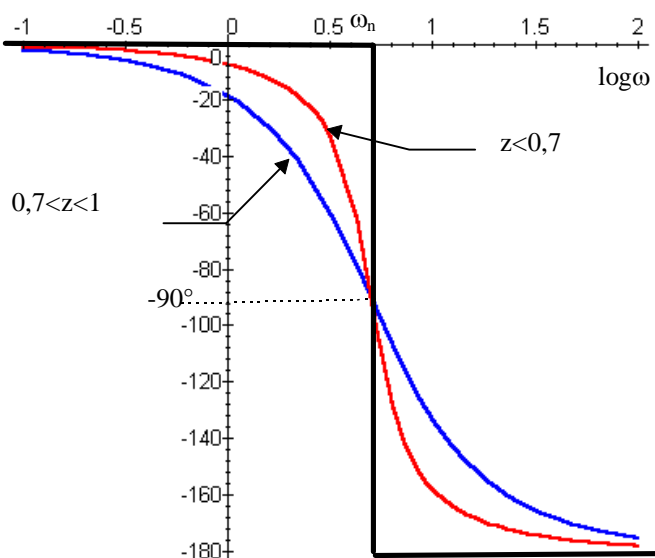
$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2z^2}$$

le coefficient de surtension s'écrit :

$$Q = \frac{A(\omega_r)}{A(0)} = \frac{1}{2 \cdot z \sqrt{1 - z^2}}$$

pour  $1 > z > 0,7$ , le diagramme reste sous les asymptotes (pas de surtension).

**Diagramme des phases**



Le diagramme asymptotique est composé de 2 droites horizontales:

$$\Phi(\omega \rightarrow 0) = 0^\circ$$

$$\Phi(\omega \rightarrow +\infty) = -180^\circ$$

Le changement de phase à lieu pour la pulsation de cassure.

Le diagramme asymptotique est assez proche de la courbe réelle.

**Remarque :** plus  $z$  est grand plus la courbe est écartée des asymptotes.

**d) Etude pour  $z > 1$**

$H(p)$  la fonction de transfert d'un système du second ordre avec  $z > 1$

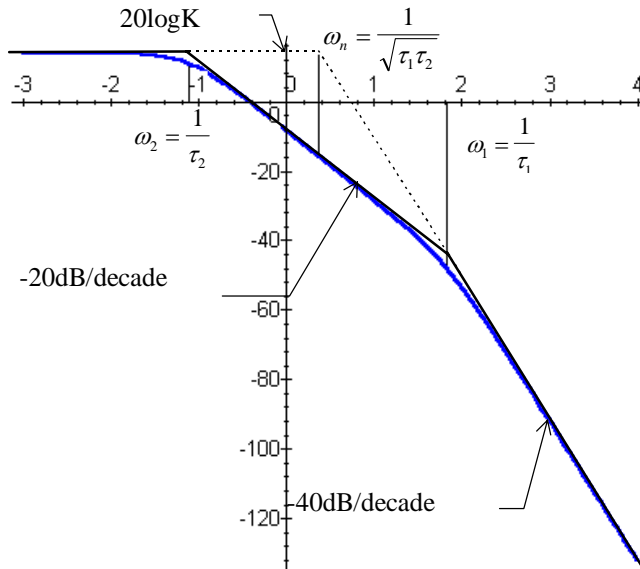
Dans ce cas il est préférable d'étudier le système comme le produit de deux systèmes du premier ordre

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} = \frac{K}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)}$$

nc  $H(j \cdot \omega)$

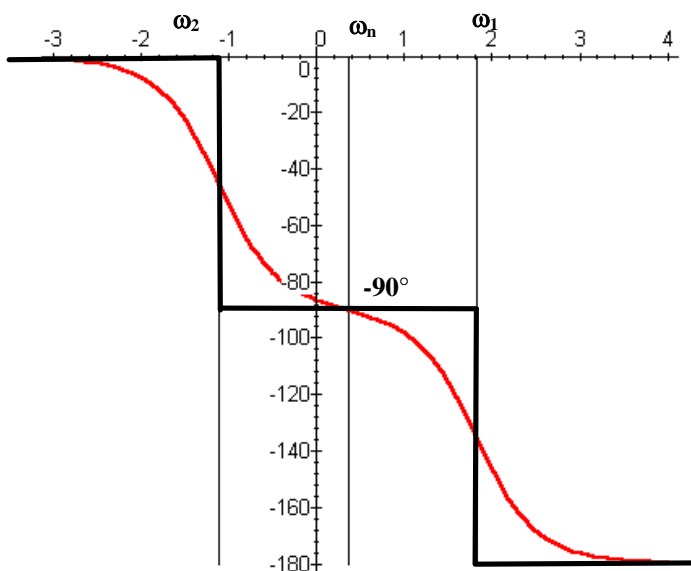
$$H(j \cdot \omega) = \frac{K}{(1 + j \cdot \tau_1 \cdot \omega)(1 + j \cdot \tau_2 \cdot \omega)}$$

**Diagramme d'amplitude**



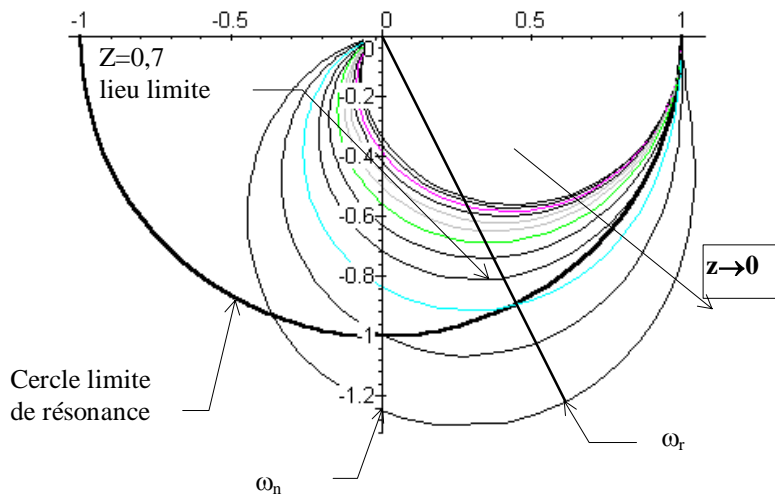
Dans le cas d'un système apériodique, à partir des deux racines  $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}$  et  $\omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$  du dénominateur, on peut tracer une première "asymptote" issue de  $\omega_1$  avec une pente de **-20 dB/décade**. Puis une deuxième asymptote est issue de  $\omega_n$  avec une pente de **-40dB/décade**.

**Diagramme des phases**



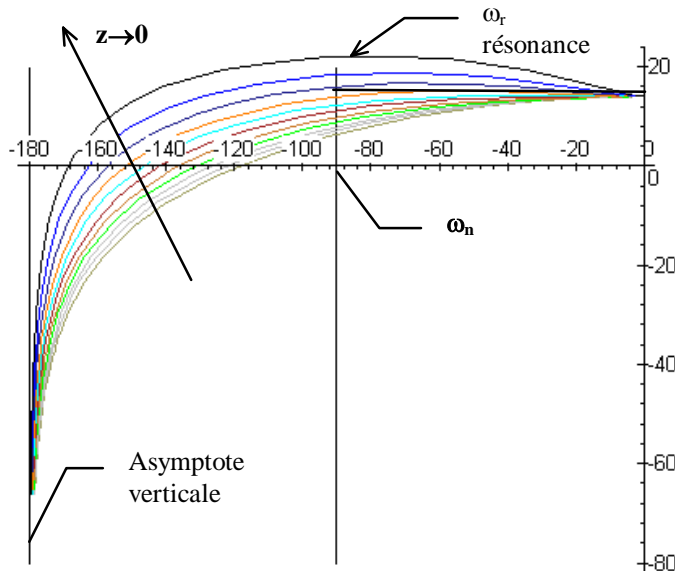
Le diagramme asymptotique relatif à la phase présente deux décrochements :  
le premier pour  $\omega_1$  introduit un changement de phase de  $-90^\circ$  ;  
le deuxième pour  $\omega_2$  un nouveau décrochement de  $-90^\circ$  ;  
l'asymptote à l'infini est de  $-180^\circ$ .

4. Représentation de NYQUIST



Pour  $\omega=0$  le module  $Adb(0)=K$ , (le tracé ci-contre est pour  $K=1$ )  
 pour  $\omega=+\infty$ , le module  $=0$  et l'argument tend vers  $-180^\circ$   
 si  $Z < \sqrt{2}$  la courbe passe au delà du cercle de rayon  $K$ , la pulsation de résonance est obtenue pour le module maximal.  
 La pulsation de résonance se mesure à l'intersection avec l'axe imaginaire.  
 La tangente pour  $\omega=+\infty$ , est de  $-180^\circ$ . La courbe ne passe pas au dessus de l'axe réel.

5. Représentation de BLACK.



Le diagramme ci-contre représente différents tracés en fonction de  $z$  de système de 2nd ordre, L'asymptote verticale est pour  $\Phi=-180^\circ$

6. Synthèse

On peut donc, à partir de la réponse impulsionnelle et de la réponse fréquentielle, définir plusieurs pulsations caractéristiques pour les systèmes du second ordre.

	pulsation de cassure	pseudo-pulsation	pulsation de résonance	réponse impulsionnelle
$z > 1$	deux pulsations de cassure	pas d'oscillation	pas de résonance	réponse aperiodique
$z = 1$	une pulsation de cassure $\omega_c = \omega_n$	idem	idem	réponse aperiodique critique
$\sqrt{2} < z < 1$	$\omega_c = \omega_n$	$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - z^2}$	idem	réponse oscillatoire amortie
$z \leq \sqrt{2}$	$\omega_c = \omega_n$	$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - z^2}$	$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2 \cdot z^2}$	réponse oscillatoire amortie (résonance)

**F. Tracés asymptotiques d'une fonction de transfert quelconque**

**1. Forme générale**

Toute fonction de transfert d'un système peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (p - \alpha_i)}{\prod_{j=1}^n (p - p_j)}$$

$\alpha_i$  : zéro de H(p)  
 $p_j$  : pôles de H(p)  
 n: ordre de H(p)

Cette expression peut aussi se mettre sous la forme

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K}{p^\alpha} \cdot \frac{\prod_i (1 + \tau_j \cdot p)^{n_i}}{\prod_j (1 + \tau_j \cdot p)^{n_j}} \cdot \frac{\prod_k \left( 1 + \frac{2 \cdot z_k}{\omega_{n_k}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{n_k}^2} \right)^{n_k}}{\prod_l \left( 1 + \frac{2 \cdot z_l}{\omega_{n_l}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{n_l}^2} \right)^{n_l}}$$

c'est à dire en faisant apparaître des formes types du premier et de second ordre avec  $\alpha$ : classe de H(p)

Une fonction de transfert quelconque est donc le produit de fonctions élémentaires

Constante	Fonction puissance	Fonction du premier ordre	Fonction de second ordre
K	$p^\alpha$	$(1 + \tau \cdot p)^\beta$	$\left( 1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)^\gamma$
	$(j \cdot \omega)^\alpha$	$(1 + j \cdot \tau \cdot \omega)^\beta$	$\left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \cdot \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot \omega \right)^j$

avec  $\alpha, \beta, \gamma$ , entiers relatifs.

**a) Terme  $(j \cdot \omega)^\alpha$**

$$AdB(j \cdot \omega) = 20 \cdot \log \left( |(j \cdot \omega)^\alpha| \right)$$

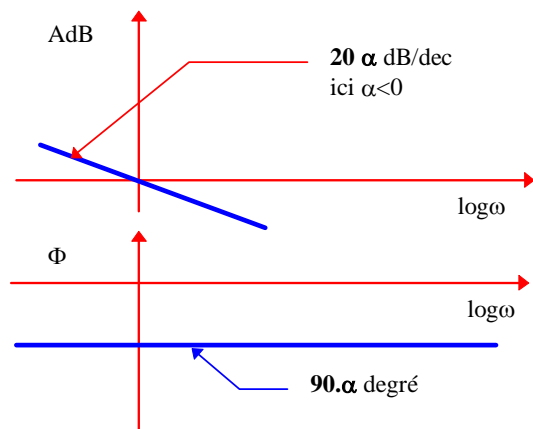
$$AdB(j \cdot \omega) = 20 \cdot \alpha \cdot \log(\omega)$$

soit une droite de pente  $20 \cdot \alpha$  dB par décade  
 remarque si  $\alpha=0$ , asymptote horizontale.

$$\Phi \left( (j \cdot \omega)^\alpha \right) = Arg \left( (j \cdot \omega)^\alpha \right)$$

$$\Phi \left( (j \cdot \omega)^\alpha \right) = \alpha \cdot 90^\circ$$

soit une droite horizontale

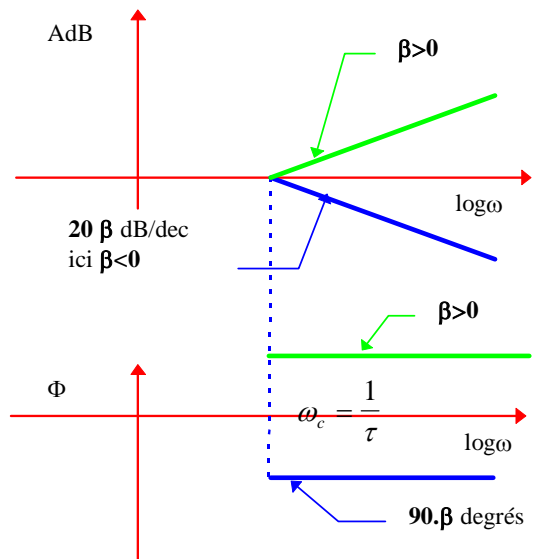


**b) Terme  $(1 + j \cdot \tau \cdot \omega)^\beta$**

le terme  $(1 + j \cdot \tau \cdot \omega)^\beta$  amène à partir de la valeur

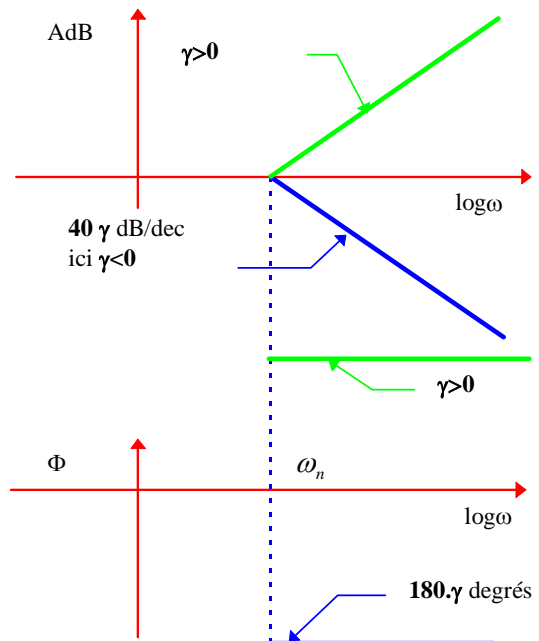
$\omega_c = \frac{1}{\tau}$  une droite de pente  $20 \cdot \beta$  dB par décade.

on retrouve pour  $\beta = -1$  un système du premier ordre. la phase est décalée à partir de cette même valeur de  $-\beta \cdot 90^\circ$



**c) Terme  $\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \cdot \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot \omega\right)^\gamma$**

Le terme  $\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \cdot \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot \omega\right)^\gamma$  amène un changement de pente de  $40 \cdot \gamma$  dB/décade à partir de la pulsation de cassure  $\omega_c = \omega_n$  et un déphase de  $\gamma \cdot 180^\circ$ .



**G. Formes particulières****1. Premier ordre généralisé**

Un premier ordre généralisé est de la forme  $H(p) = \frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p}$ .

Etudier la représentation fréquentielle de ce système (Cf. Travaux dirigés)

**2. Premier ordre avec intégration**

Etudier la fonction de transfert suivante :  $H(p) = \frac{K}{p \cdot (1 + T \cdot p)}$ ,

Représentation fréquentielle ? (Cf. Travaux dirigés)

**3. Second ordre avec intégration**

Etudier la fonction de transfert suivante :  $H(p) = \frac{K}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right)}$ ,

Représentation fréquentielle ? (Cf. Travaux dirigés)